

Teoria e Aplicações do Tunelamento Quântico: Uma Análise Exaustiva da Mecânica Ondulatória na Fronteira da Ciência Moderna

O tunelamento quântico representa uma das rupturas mais fundamentais e contra-intuitivas entre a física clássica e a mecânica quântica, desafiando a lógica de que uma partícula deve possuir energia cinética superior à energia potencial de uma barreira para atravessá-la.¹ Na escala macroscópica, a experiência cotidiana dita que um objeto, como uma bola tentando rolar sobre uma colina, será refletido se não tiver o impulso necessário; no entanto, no domínio atômico e subatômico, a natureza ondulatória da matéria permite que as partículas "vazem" através de obstáculos energeticamente proibidos.¹ Este fenômeno não é apenas uma curiosidade teórica, mas um pilar que sustenta a fusão nuclear nas estrelas, a operação de semicondutores modernos e a própria estabilidade do código genético.⁴

Interpretações Conceituais e a Natureza da Realidade Quântica

A compreensão do tunelamento exige uma mudança de paradigma da visão de partículas como pontos materiais com trajetórias determinísticas para uma visão baseada em campos de probabilidade e funções de onda.² Na mecânica clássica, o estado de um sistema é definido por posição e momento precisos em um espaço de fase, permitindo prever com certeza se uma barreira será superada.² Em contraste, a mecânica quântica descreve sistemas através da função de onda ψ , cuja evolução é regida pela equação de Schrödinger.¹

A Perspectiva Ondulatória e a Penetração de Barreira

A interpretação conceitual mais direta do tunelamento baseia-se na natureza ondulatória da matéria. Quando uma onda encontra uma interface entre dois meios, parte da energia é refletida e parte pode ser transmitida. No caso de uma barreira de potencial onde $V_0 > E$, a física clássica prevê reflexão total.¹ Contudo, matematicamente, a função de onda não cai abruptamente para zero na interface da barreira; em vez disso, ela exibe um decaimento exponencial dentro da região proibida.¹ Se a barreira for suficientemente estreita, a função de onda terá uma amplitude não nula na face oposta, permitindo que a partícula seja detectada no outro lado com uma probabilidade finita.¹

Este comportamento é análogo ao fenômeno da reflexão interna total frustrada na óptica,

onde uma onda eletromagnética atravessa um pequeno gap entre dois prismas.⁷ A "onda evanescente" que se forma no gap é a contraparte clássica da função de onda dentro da barreira quântica.¹⁰ O tunelamento revela que as barreiras de energia não são muros intransponíveis, mas sim regiões onde a probabilidade de presença da partícula é drasticamente atenuada, mas não eliminada.¹

Característica	Mecânica Clássica	Mecânica Quântica
Trajetória	Determinística e contínua. ²	Probabilística e baseada em funções de onda. ¹
Penetração de Barreira	Proibida se $E < V_0$. ³	Permitida via decaimento exponencial. ⁴
Conservação de Energia	Estrita em todos os pontos. ²	Flutuações permitidas pela incerteza. ⁹
Localização	Partícula está em um lugar definido. ¹²	Distribuída espacialmente pela função de onda. ¹²

O Papel do Princípio da Incerteza e Flutuações de Energia

Uma interpretação complementar envolve o Princípio da Incerteza de Heisenberg, especificamente na relação entre energia e tempo: $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$.¹³ Esta relação sugere que a energia de um sistema pode flutuar por curtos intervalos de tempo. No contexto do tunelamento, a partícula pode ser vista como "tomando emprestada" a energia necessária para superar a barreira, desde que ela atravesse o obstáculo e devolva essa energia em um tempo proporcional à magnitude do empréstimo.⁹

Embora alguns físicos prefiram evitar a linguagem de "empréstimo de energia", argumentando que a energia total é conservada no valor estacionário E , o princípio da incerteza explica por que não podemos medir a partícula *dentro* da barreira com energia negativa (cinética), pois o próprio ato da medição forneceria a energia necessária para torná-la clássica ou alteraria o estado de forma a invalidar a observação do tunelamento puro.⁸

Bases Experimentais e Marcos Históricos

O desenvolvimento experimental do tunelamento quântico validou a mecânica quântica como a descrição definitiva do mundo microscópico, transformando previsões matemáticas em tecnologias tangíveis.

O Decaimento Alfa e a Teoria de Gamow (1928)

O primeiro grande sucesso experimental da teoria do tunelamento foi a explicação do decaimento radioativo alfa, proposta por George Gamow, Edward Condon e Ronald Gurney em 1928.² Observava-se que núcleos de urânio emitiam partículas alfa com energias de aproximadamente 4 MeV, enquanto a barreira de repulsão eletrostática (barreira de Coulomb) do núcleo era estimada em cerca de 30 MeV.⁹ Pela física clássica, a partícula alfa estaria permanentemente presa. Gamow demonstrou que a partícula alfa, agindo como uma onda, possui uma probabilidade constante de tunelar através da barreira de Coulomb.⁵ Sua derivação não apenas explicou o fenômeno, mas estabeleceu a relação matemática entre a vida média dos elementos radioativos e a energia das partículas emitidas, um triunfo que consolidou a aceitação da mecânica quântica.⁵

A Revolução do Estado Sólido e o Prêmio Nobel de 1973

A aplicação do tunelamento em materiais sólidos levou a descobertas que fundamentam a eletrônica moderna.

- **Diodo Túnel de Esaki (1957):** Leo Esaki observou o tunelamento de elétrons em junções semicondutoras estreitas p-n fortemente dopadas.¹ Ele descobriu que o dispositivo apresentava uma região de "resistência diferencial negativa", onde a corrente diminui à medida que a voltagem aumenta, permitindo a criação de osciladores e interruptores de ultra-alta velocidade.¹⁷
- **Junções Supercondutoras de Giaever (1960):** Ivar Giaever estendeu os estudos de tunelamento para supercondutores, demonstrando que o tunelamento de elétrons individuais através de uma barreira isolante poderia revelar o "gap" de energia fundamental da teoria da supercondutividade.¹
- **Efeito Josephson (1962):** Brian Josephson previu que pares de Cooper (pares de elétrons em estado supercondutor) poderiam tunelar através de uma barreira isolante sem dissipação de energia, criando uma corrente de voltagem zero.¹ Esta descoberta permitiu o desenvolvimento de magnetômetros SQUID, capazes de detectar campos magnéticos trilhões de vezes mais fracos que o da Terra.¹⁹

Estes três cientistas compartilharam o Prêmio Nobel de Física em 1973 por seus trabalhos pioneiros sobre o tunelamento em sólidos.¹

Microscopia de Varredura por Tunelamento (STM)

Desenvolvido na década de 1980, o STM é talvez a aplicação experimental mais visual e direta do fenômeno. O instrumento utiliza uma ponta metálica extremamente afiada que é aproximada de uma superfície condutora a uma distância de poucos angstroms.⁴ Uma pequena voltagem induz uma corrente de tunelamento de elétrons através do vácuo entre a ponta e a amostra.¹ Como a probabilidade de tunelamento (e, portanto, a corrente) diminui exponencialmente com a distância, o STM pode detectar variações de altura menores que o

diâmetro de um átomo.⁴ Este avanço permitiu que os cientistas "vissem" e manipulassem átomos individuais pela primeira vez, inaugurando a era da nanotecnologia.⁴

Elaborações Matemáticas: Da Equação de Schrödinger à Aproximação WKB

A análise matemática do tunelamento fornece a base quantitativa necessária para prever a probabilidade de transmissão em diversos sistemas. O ponto de partida é a solução da equação de Schrödinger independente do tempo.²¹

A Barreira de Potencial Retangular

Considere uma partícula de massa m e energia E incidindo sobre uma barreira de altura V_0 e largura a (x de 0 a a), onde $E < V_0$.²¹ O espaço é dividido em três regiões:

1. **Região I ($x < 0$):** O potencial é zero. A solução é uma combinação de onda incidente e refletida:

$$\psi_I(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}, \text{ onde } k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

11

2. **Região II ($0 < x < a$):** O potencial é V_0 . Como $E < V_0$, o momento torna-se imaginário, levando a soluções exponenciais:

$$\psi_{II}(x) = Ce^{-\kappa x} + De^{\kappa x}, \text{ onde } \kappa = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

21

3. **Região III ($x > a$):** O potencial volta a ser zero. Assume-se apenas uma onda transmitida se movendo para a direita:

$$\psi_{III}(x) = Fe^{ik_1x}$$

21

Para encontrar os coeficientes, aplicamos as condições de contorno de continuidade para ψ e ψ' em $x = 0$ e $x = a$.¹¹ A continuidade da função de onda e sua derivada garantem que a densidade de probabilidade e o fluxo de probabilidade sejam bem definidos em todo o espaço.⁹ O coeficiente de transmissão T , que define a probabilidade de a partícula

atravessar a barreira, é derivado como:

$$\frac{1}{T} = 1 + \frac{V_0^2 \sinh^2(\kappa a)}{4E(V_0 - E)}$$

21

Em regimes de barreiras espessas ou altas ($\kappa a \gg 1$), a função $\sinh(x)$ aproxima-se de $e^x/2$, resultando no decaimento exponencial dominante da probabilidade de tunelamento:

$$T \approx \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2\kappa a}$$

1

Este resultado matemático explica por que o tunelamento é extremamente sensível à largura da barreira: um pequeno aumento na largura a resulta em uma queda drástica na probabilidade de transmissão.¹

O Método WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)

Para potenciais reais que não são retangulares perfeitamente, como a barreira de Coulomb no decaimento alfa, utiliza-se a aproximação semiclássica WKB.¹⁵ Este método assume que o potencial varia lentamente em comparação com o comprimento de onda de de Broglie da partícula.²² A função de onda é aproximada como uma fase exponencial complexa, e a probabilidade de transmissão é dada pela integral da "ação" sob a barreira¹⁵:

$$T_{WKB} \approx \exp \left(-2 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E)} dx \right)$$

15

Onde x_1 e x_2 são os pontos de retorno clássicos onde $V(x) = E$.²³ Esta técnica é a ferramenta padrão para engenheiros e físicos que modelam dispositivos semicondutores e processos nucleares complexos.²⁰

Relação com Conceitos Fundamentais da Mecânica Quântica

O tunelamento não ocorre de forma isolada; ele é uma consequência direta da estrutura

axiomática da mecânica quântica, interligando-se com seus conceitos mais profundos.

Quantização da Energia e Tunelamento Ressonante

A quantização da energia refere-se ao fato de que, em sistemas confinados (como poços de potencial), as partículas só podem ocupar níveis de energia discretos.¹⁶ Isso leva ao fenômeno do tunelamento ressonante em dispositivos como o RTD (Resonant Tunneling Diode). Quando a energia de um elétron incidente coincide exatamente com um nível de energia quantizado dentro de um poço duplo, a probabilidade de transmissão pode chegar a 1 (unidade), tornando a barreira "transparente".¹⁷ Este efeito é fundamental para a criação de dispositivos eletrônicos que operam em frequências de terahertz.¹⁷

Dualidade Onda-Partícula e Função de Onda

A dualidade onda-partícula postula que todas as partículas exibem propriedades ondulatórias, com um comprimento de onda de de Broglie inversamente proporcional ao seu momento.⁹ O tunelamento é a manifestação máxima da natureza ondulatória: apenas ondas podem penetrar em regiões onde a energia potencial é maior que a energia total.⁸ A função de onda ψ atua como o veículo matemático desta dualidade, onde $|\psi|^2$ representa a probabilidade de encontrar a partícula em uma determinada região.¹ No tunelamento, a função de onda permite que a partícula "exista" simultaneamente em estados de transmissão e reflexão até que uma medição colapse o sistema.¹

Superposição e Emaranhamento na Computação Quântica

O tunelamento é um mecanismo crítico para a geração de superposição e emaranhamento em sistemas de computação quântica.

- **Superposição:** Em computadores quânticos de recozimento (*quantum annealing*), como os da D-Wave, o tunelamento permite que qubits em estado de superposição atravessem barreiras de energia para encontrar o estado fundamental de um sistema complexo, um processo impossível para bits clássicos que ficariam presos em mínimos locais.²
- **Emaranhamento:** O tunelamento controlado entre pontos quânticos adjacentes (qubits de spin) permite que seus estados se tornem correlacionados ou emaranhados.²⁹ Ao ajustar as voltagens de porta que controlam a largura e a altura da barreira de tunelamento, os pesquisadores podem criar estados de Bell (estados maximamente emaranhados), essenciais para o processamento de informações quânticas.³⁰

Parâmetro de Barreira	Efeito na Probabilidade de Tunelamento	Consequência Tecnológica
-----------------------	--	--------------------------

Aumento da Largura (a)	Redução Exponencial. ¹	Limita a miniaturização de transistores (corrente de fuga). ¹
Aumento da Altura (V_0)	Redução. ¹⁵	Define a retenção de dados em memórias Flash. ¹
Aumento da Massa (m)	Redução Drástica. ¹	Explica por que elétrons tunelam mais facilmente que prótons. ¹
Ressonância de Energia ($E =$)	Aumento para 100%. ¹⁷	Base para osciladores de frequência terahertz (RTD). ¹⁷

Tunelamento Quântico na Biologia: Mutações e Vida

Uma das fronteiras mais fascinantes da pesquisa atual é o papel do tunelamento quântico em sistemas biológicos, um campo conhecido como biologia quântica. O exemplo mais proeminente é o mecanismo de Löwdin para mutações genéticas.

O Mecanismo de Löwdin e o DNA

Proposto por Per-Olov Löwdin em 1963, este modelo sugere que o tunelamento de prótons nas ligações de hidrogênio que unem as fitas do DNA pode causar mutações espontâneas.⁶ As bases nitrogenadas (Adenina, Timina, Citosina, Guanina) emparelham-se através de pontes de hidrogênio, onde um próton é compartilhado entre dois átomos.⁴

O próton reside em um poço de potencial duplo. Embora normalmente ocupe o poço mais estável associado à forma canônica da base (por exemplo, a forma ceto), existe uma probabilidade finita de o próton tunelar para o poço adjacente, transformando a base em sua forma tautomérica rara (forma enol ou imino).⁴ Se este evento de tunelamento ocorrer pouco antes da replicação do DNA pela polimerase, a base tautomérica pode se emparelhar com a base errada (por exemplo, uma Timina em forma enol emparelhando-se com uma Guanina), introduzindo um erro permanente na sequência genética.⁴

Este fenômeno sugere que o tunelamento quântico é uma força motriz fundamental por trás da variação genética, mas também um fator contribuinte para doenças como o câncer e o envelhecimento biológico.⁴ Estudos experimentais que substituem hidrogênio por deutério (água pesada) mostram alterações nas taxas de mutação, o que é consistente com a forte dependência da massa no tunelamento quântico (o efeito isótopo cinético quântico).³³

Reações Enzimáticas e Fotossíntese

Além do DNA, o tunelamento de elétrons e prótons é onipresente em processos enzimáticos, onde proteínas evoluíram para otimizar distâncias de tunelamento e acelerar reações químicas vitais que, de outra forma, seriam lentas demais para sustentar a vida.⁴ Na fotossíntese, o transporte eficiente de energia através de complexos de coleta de luz também parece envolver estados de superposição quântica e tunelamento coerente para evitar a dissipação de energia.²⁶

O Paradoxo do Tempo e o Efeito Hartman

A questão do tempo que uma partícula leva para atravessar uma barreira de tunelamento permanece um dos problemas abertos mais instigantes da física.

O Efeito Hartman e Velocidades Superluminais

Em 1962, Thomas E. Hartman descobriu matematicamente que, para barreiras suficientemente espessas, o tempo de atraso de fase (o tempo que um pacote de ondas leva para emergir do outro lado) torna-se independente da largura da barreira.¹⁰ Isso implica que, se a barreira for tornada arbitrariamente larga, a "velocidade efetiva" da partícula dentro da barreira pareceria exceder a velocidade da luz (c).³⁶

Este "Efeito Hartman" foi confirmado experimentalmente com micro-ondas e fótons tunelando através de barreiras ópticas.¹⁰ No entanto, a maioria dos físicos concorda que isso não viola a relatividade especial, pois o tunelamento é um processo de filtragem probabilística: a parte frontal do pacote de ondas que emerge não carrega informação a uma velocidade superior a c em relação à fonte original; em vez disso, a barreira atua reformatando o pacote de ondas de modo que seu pico pareça ter se deslocado instantaneamente.¹⁰

Interpretação de Winful: Tempo de Vida e Energia

Uma explicação alternativa proposta por Herbert Winful sugere que o tempo de tunelamento não deve ser visto como um tempo de trânsito mecânico, mas como um tempo de vida associado à energia armazenada na barreira.¹⁰ Como a energia dentro da barreira satura rapidamente devido ao decaimento exponencial, o tempo de atraso também satura, explicando o efeito Hartman sem recorrer à causalidade superluminal.¹⁰ Este debate sublinha a complexidade de aplicar conceitos clássicos como "velocidade" e "tempo de viagem" a entidades puramente quânticas que exibem propriedades não espaciais durante a transição.³⁶

Implicações Tecnológicas e Perspectivas Futuras

O tunelamento quântico continua a ser o centro de inovações tecnológicas e desafios de

engenharia.

Limites da Miniaturização e VLSI

Na indústria de semicondutores, o tunelamento é o principal inimigo da Lei de Moore. Em circuitos de integração em larga escala (VLSI), os isolantes de porta dos transistores tornaram-se tão finos (menos de 2 nm) que os elétrons tunelam livremente através deles, resultando em correntes de fuga massivas e aquecimento excessivo.¹ Isso forçou a indústria a adotar materiais de alto- k e novas geometrias como os FinFETs para manter o controle eletrostático e minimizar as perdas por tunelamento.¹

Memórias Flash e Computação Quântica

Por outro lado, o tunelamento é o mecanismo de trabalho para as memórias Flash, onde elétrons são "injetados" por tunelamento Fowler-Nordheim em uma porta flutuante para armazenar dados permanentemente.¹ No futuro, a computação quântica de estado sólido dependerá da manipulação precisa das taxas de tunelamento para realizar operações lógicas entre qubits, com sistemas de pontos quânticos e junções de Josephson liderando a corrida pela escalabilidade.²⁸

Astroquímica e Origens Prebióticas

O papel do tunelamento na formação de moléculas no espaço frio sugere que os blocos de construção da vida podem ter origens puramente quânticas.⁴ A capacidade de átomos de hidrogênio e oxigênio tunelarem para formar água e álcoois em grãos de poeira estelar a 10 Kelvin demonstra que o tunelamento é uma força criativa universal, permitindo a evolução química em ambientes onde a energia térmica está ausente.⁴

Considerações Finais

O tunelamento quântico é um testemunho da estranheza e da elegância do universo em escala microscópica. O que começou como uma solução matemática para o decaimento radioativo transformou-se em uma pedra angular da ciência moderna, unindo a física nuclear, a engenharia de semicondutores e a biologia molecular. A transição da função de onda de um comportamento oscilatório para um decaimento exponencial sob uma barreira de potencial não é apenas uma operação matemática, mas o mecanismo que permite que o Sol brilhe e que a vida evolua através de mutações genéticas. À medida que avançamos para a era da tecnologia quântica, o controle do tunelamento será a chave para desbloquear capacidades de processamento de informação e diagnóstico biológico que hoje parecem tão impossíveis quanto uma partícula atravessando uma parede de energia sólida parecia para a física do século XIX.

Works cited

1. Quantum tunnelling - Wikipedia, accessed January 30, 2026, https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_tunnelling
2. Quantum Tunneling: How Particles Cross Barriers - BlueQubit, accessed January 30, 2026, <https://www.bluequbit.io/quantum-tunneling>
3. Tunneling of Quantum Particles Through a Potential Barrier - African Institute for Mathematical Sciences Library, accessed January 30, 2026, <https://library.nexteinsteinstem.org/wp-content/uploads/2022/05/lighton2020-21.pdf>
4. Quantum Tunnelling to the Origin and Evolution of Life - PMC, accessed January 30, 2026, <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC3768233/>
5. Quantum Mechanical (gamow) Tunneling | Research Starters - EBSCO, accessed January 30, 2026, <https://www.ebsco.com/research-starters/physics/quantum-mechanical-gamow-tunneling>
6. accessed January 30, 2026, <https://www.surrey.ac.uk/leverhulme-quantum-biology-doctoral-training-centre/research/quantum-tunnelling-dna#:~:text=Modelling%20tunnelling%20in%20DNA%20base.dramatically%20altering%20the%20bond%20length.>
7. Why is tunneling not a classical idea? - Physics Stack Exchange, accessed January 30, 2026, <https://physics.stackexchange.com/questions/7184/why-is-tunneling-not-a-classical-idea>
8. Quantum Tunneling and the Uncertainty Principle - The Physics of the Universe, accessed January 30, 2026, https://www.physicsoftheuniverse.com/topics_quantum_uncertainty.html
9. Quantum Fundamentals - Tunneling - AZoQuantum, accessed January 30, 2026, <https://www.azoquantum.com/Article.aspx?ArticleID=565>
10. Hartman effect - Wikipedia, accessed January 30, 2026, https://en.wikipedia.org/wiki/Hartman_effect
11. chapter 4, accessed January 30, 2026, <https://faculty.washington.edu/seattle/physics227/reading/ch4-virtual-book.pdf>
12. What is the reason for tunneling effect in quantum mechanics ? | ResearchGate, accessed January 30, 2026, https://www.researchgate.net/post/what_is_the_reason_for_tunneling_effect_in_quantum_mechanics
13. Quantum Tunneling, Superposition, and The Uncertainty Principle - Physics Stack Exchange, accessed January 30, 2026, <https://physics.stackexchange.com/questions/395710/quantum-tunneling-superposition-and-the-uncertainty-principle>
14. Double-Well Potential | Galileo Unbound, accessed January 30, 2026, <https://galileo-unbound.blog/tag/double-well-potential/>
15. The WKB approximation, accessed January 30, 2026, https://www.thphys.uni-heidelberg.de/~wolschin/qms17_7s.pdf
16. RESONANT TUNNELLING DIODE WITH MAGNETISED ELECTRODES - Biblioteka Nauki, accessed January 30, 2026, <https://bibliotekanauki.pl/articles/129532.pdf>
17. Resonant-tunneling diode - Wikipedia, accessed January 30, 2026,

- https://en.wikipedia.org/wiki/Resonant-tunneling_diode
18. 5.3 Concept of Resonant Tunneling An interesting phenomena occurs when two barriers of width a separated by a potential well of - Rohini College, accessed January 30, 2026,
https://www.rcet.org.in/uploads/academics/regulation2021/rohini_98345770665.pdf
 19. for the discovery of macroscopic quantum mechanical tunnelling and energy quantisation in an electric circuit - Nobel Prize, accessed January 30, 2026,
<https://www.nobelprize.org/uploads/2025/10/advanced-physicsprize2025.pdf>
 20. Quantum Tunneling in Physics: Theoretical Models, Experimental Evidence, and Technological Uses - ResearchGate, accessed January 30, 2026,
https://www.researchgate.net/publication/395695446_Quantum_Tunneling_in_Physics_Theoretical_Models_Experimental_Evidence_and_Technological_Uses
 21. Rectangular potential barrier - Wikipedia, accessed January 30, 2026,
https://en.wikipedia.org/wiki/Rectangular_potential_barrier
 22. Quantum Physics III Chapter 3: Semiclassical Approximation - MIT ..., accessed January 30, 2026,
https://ocw.mit.edu/courses/8-06-quantum-physics-iii-spring-2018/bf207c35150e1f5d93ef05d4664f406d_MIT8_06S18ch3.pdf
 23. Chapter 14 The WKB Method, accessed January 30, 2026,
<https://faculty.washington.edu/seattle/physics541/14text.pdf>
 24. WKB approximation - Wikipedia, accessed January 30, 2026,
https://en.wikipedia.org/wiki/WKB_approximation
 25. 5.1 Physics of Resonant Tunneling - IuE, accessed January 30, 2026,
<https://www.iue.tuwien.ac.at/phd/kosik/node63.html>
 26. 5 Concepts Can Help You Understand Quantum Mechanics and Technology — Without Math! | NIST, accessed January 30, 2026,
<https://www.nist.gov/blogs/taking-measure/5-concepts-can-help-you-understand-quantum-mechanics-and-technology-without>
 27. What Is Quantum Computing? - IBM, accessed January 30, 2026,
<https://www.ibm.com/think/topics/quantum-computing>
 28. What is Quantum Annealing? - D-Wave Documentation, accessed January 30, 2026,
https://docs.dwavequantum.com/en/latest/quantum_research/quantum_annealing_intro.html
 29. Spatial-dependent quantum dot-photon entanglement via tunneling effect - PMC - NIH, accessed January 30, 2026,
<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9107499/>
 30. Robust entanglement of an asymmetric quantum dot molecular system in a Josephson junction - PMC - NIH, accessed January 30, 2026,
<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7387828/>
 31. What is Bell State - QuEra, accessed January 30, 2026,
<https://www.quera.com/glossary/bell-state>
 32. Distributing entanglement across quantum dots - QuTech, accessed January 30, 2026,

- <https://qutech.nl/2025/02/19/distributing-entanglement-across-quantum-dots/>
33. Quantum tunnelling in DNA research | University of Surrey, accessed January 30, 2026,
<https://www.surrey.ac.uk/leverhulme-quantum-biology-doctoral-training-centre/research/quantum-tunnelling-dna>
 34. A Quantum Mechanical Approach to Understanding DNA Mutations - UC Berkeley, accessed January 30, 2026,
<https://escholarship.org/content/qt17s1n6g3/qt17s1n6g3.pdf>
 35. Mutation in DNA: A Quantum Mechanical Non-Adiabatic Model - arXiv, accessed January 30, 2026, <https://arxiv.org/html/2512.23094>
 36. Hartman effect, time-delays, and the non-spatial nature of quantum particles - arXiv, accessed January 30, 2026, <https://arxiv.org/html/2303.08031v3>
 37. HARTMAN EFFECT, TIME-DELAYS, AND THE NON-SPATIAL NATURE OF QUANTUM PARTICLES ЭФФЕКТ ХАРТМАНА, ВРЕМЕННЫЕ, accessed January 30, 2026,
https://www.pdcnet.org/collection-anonymous/pdf2image?pdfname=eps_2025_0062_0004_0175_0190.pdf&file_type=pdf
 38. Quantum Dot Sources Generate Nearly Perfect Entangled Photons, accessed January 30, 2026,
<https://www.photonics.com/Articles/Quantum-Dot-Sources-Generate-Nearly-Perfect/a69847>